

Esperienza n. 4 Misura di correnti e d.d.p. con multimetro analogico e digitale. Determinazione della curva caratteristica V-I di un conduttore e misura resistenza con metodo voltamperometrico

Misure di resistenze elettriche:

esistono molti metodi di misura di resistenze la cui scelta è determinata dalla **precisione** richiesta nella misura, **dall'intervallo di valori** in cui si presume cada la resistenza incognita e dalla **necessità di minimizzare gli effetti perturbativi** introdotti dalla misura

In questa esperienza adotteremo il **metodo voltamperometrico** (in futuro il **ponte di Wheatstone** intrinsecamente più preciso o, per resistenze grandi, il **metodo dell'elettrometro** misurando il tempo di scarica di un condensatore attraverso la resistenza)

Verificheremo che a seconda dei valori della resistenza in questione è possibile:

- **minimizzare la perturbazione dovuta alla misura**
- **valutare l'errore sistematico dovuto all'inevitabile perturbazione.**

Esperienza n. 4 Misura di correnti e d.d.p. con multimetro analogico e digitale. Determinazione della curva caratteristica V-I di un conduttore e misura resistenza con metodo voltamperometrico

Metodo voltamperometrico:

si determina la **resistenza elettrica** di un conduttore ricorrendo a misure di differenze di potenziale ΔV e di intensità di corrente I causate da esse mediante l'uso del tester.

Per **conduttori ohmici** (per i quali vale la **legge di Ohm**) si utilizza, quindi, la definizione $R_x = \Delta V / I$ e R_x risulterà **costante**, mentre, per conduttori non ohmici non è costante

Con tester digitali con questo metodo si possono misurare resistenze di conduttori ohmici nell'intervallo $1 - 10^6 \Omega$.

La **precisione ottenibile è dell'ordine di 0.01 - 1%**

La resistività dipende dalla temperatura: $\rho = \rho_0 (1 + \alpha \Delta T)$ con $\rho_0 =$ resistività a T ambiente T_0 e $\Delta T = T - T_0$

Per conduttori omogenei, $R = \rho l / S$ con l lunghezza e S sezione del conduttore, si ha $R = R_0 (1 + \alpha \Delta T) \Rightarrow$ la misura andrebbe effettuata a $T = \text{cost}$

E' utile la rappresentazione di V-R se T non costante per valutare segno α

Es.: per lampadina nell'esperienza T non è costante scorrendo corrente nel filamento \Rightarrow diviene incandescente per effetto Joule (si troverà $\alpha > 0$ ovvero la resistenza aumenta all'aumentare di T)

Esperienza n. 4 Misura di correnti e d.d.p. con multimetro analogico e digitale. Determinazione della curva caratteristica V-I di un conduttore e misura resistenza con metodo voltamperometrico

Strumentazione:

- **generatore di tensione continua** dotato di manopola per variare la tensione di alimentazione tra 0 – 30 V
- **tester analogico** e **tester digitale** con puntali e morsetti per posizionare i puntali nel circuito
- **conduttori**: 2 resistenze R_1 e R_2 , 1 LED (light emitting diode), una lampadina
 $R_1 = 100 \Omega \pm 5\%$ (nelle trasparenze, ma nell'esperienza i valori cambiano)
 $R_2 = 2.2 \text{ M}\Omega \pm 5\%$
Lampadina da 24 V con resistenza nominale a freddo $\sim 40 \Omega$
LED con resistenza a 2.2 V di $1.2 \text{ k}\Omega$
- **basetta, saldatore, filo di stagno** per la realizzazione dei circuiti

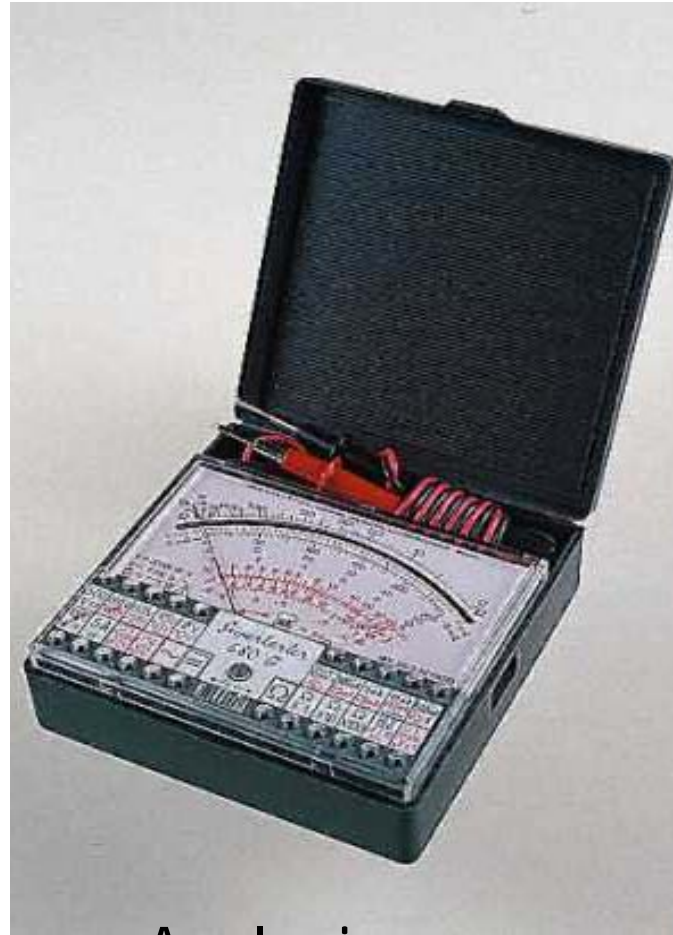
Esperienza n. 4 Misura di correnti e d.d.p. con multimetro analogico e digitale. Determinazione della curva caratteristica V-I di un conduttore e misura resistenza con metodo voltamperometrico

Multimetro o tester

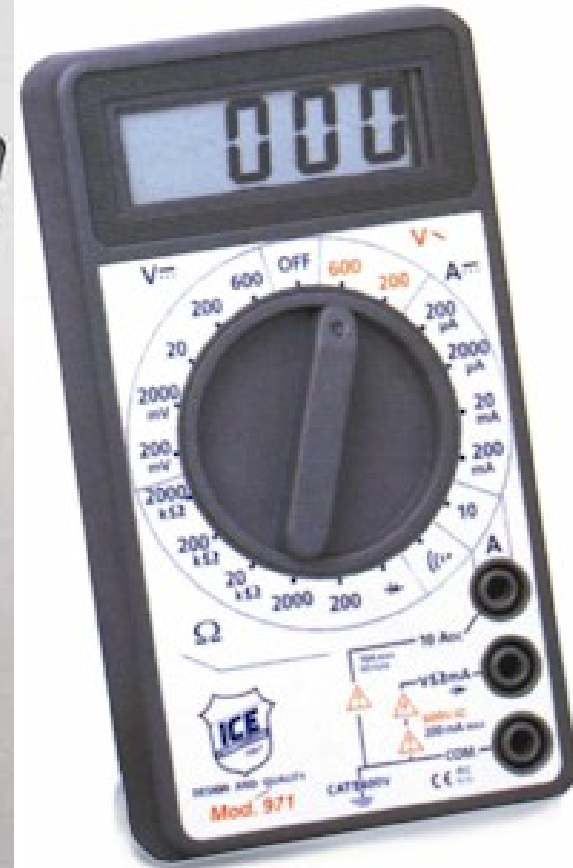
Consente di misurare:

- Tensione in AC e DC
- Corrente in AC e DC
- Resistenza (solo DC)
- Frequenza
- Capacità

Useremo il **tester digitale** per misure di **tensione** e il **tester analogico** per misure di **corrente**



Analogico



Digitale

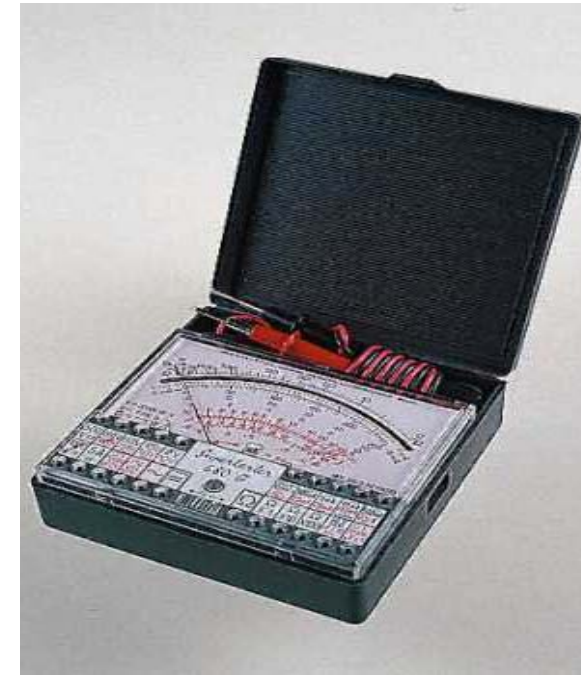
Poiché R interna tester digitale $>$ tester analogico, per misure di tensione è più preciso

Esperienza n. 4 Misura di correnti e d.d.p. con multimetro analogico e digitale. Determinazione della curva caratteristica V-I di un conduttore e misura resistenza con metodo voltamperometrico

Tester analogico e misure di corrente

l'amperometro viene inserito in serie nel circuito e la portata dello strumento viene variata inserendo in parallelo allo strumento resistenze di shunt

In pratica: la portata viene scelta inserendo i cavi nelle bocche contrassegnate dal valore di fondo scala nel tester analogico



Valore di f.s.	R shunt (Ω)	R interna (Ω)
5 A	0.064 ± 0.0003	0.064 ± 0.0003
500 mA	0.64 ± 0.003	0.64 ± 0.003
50 mA	6.4 ± 0.03	6.4 ± 0.03
5 mA	64 ± 0.3	63.5 ± 0.3
500 μ A	640 ± 2.9	588.8 ± 2.5
50 μ A	6400 ± 28.9	2000 ± 6.4

Il tester usato è di classe 1 \Rightarrow precisione 1% del fondo scala
Es.: per f.s. = 500 mA
l'errore assoluto è $500 * 1\% = 5$ mA
La precisione della misura è migliore vicino ai valori di fondo scala
 \Rightarrow si deve scegliere l'opportuna portata

Esperienza n. 4 Misura di correnti e d.d.p. con multimetro analogico e digitale. Determinazione della curva caratteristica V-I di un conduttore e misura resistenza con metodo voltamperometrico

Tester digitale e misure di tensione

Il voltmetro viene inserito in parallelo nel circuito e la portata dello strumento viene variata con un commutatore facendo in modo che tutte le cifre del display siano significative (Per il voltmetro analogico variando il fondo scala si inseriscono in serie allo strumento resistenze di shunt)

Il tester digitale ha resistenza interna indipendente dal fondo scala. Quello che usiamo ha R interna = $10\text{ M}\Omega$



Precisione relativa $\sim 0.01\%$ del fondo scala \Rightarrow l'errore è determinabile dall'ultima cifra significativa sul display

In generale le incertezze sono la somma in quadratura dell'errore legato alla precisione dello strumento e di quello di lettura della scala del tester analogico o l'errore legato all'ultima cifra significativa del display del tester digitale

Es. per tester analogico con f.s. $500\ \mu\text{A}$ leggo a tutti gli effetti la scala 50 e moltiplico per 10

$$\sigma = \sqrt{(500/100)^2 + 5^2} = 7.1\ \mu\text{A}$$

Esperienza n. 4 Misura di correnti e d.d.p. con multimetro analogico e digitale. Determinazione della curva caratteristica V-I di un conduttore e misura resistenza con metodo voltamperometrico

Osservazione:

la resistenza è anche direttamente misurabile utilizzando il tester mettendo i puntali nelle opportune boccole infatti è dotato di di una pila interna o può essere alimentato dalla rete.

Misura fino a $10\text{ M}\Omega$ (tester analogico) e $2000\text{ M}\Omega$ (tester digitale)

Tester analogico: ha una scala iperbolica correlata alla corrente dalla relazione $i = V/R$ che va da ∞ ($i=0$) a 0 (i_{\max})

Poiché allo zero della scala corrisponde i_{\max} è necessario verificare lo zero utilizzando un potenziometro (manopola di regolazione)

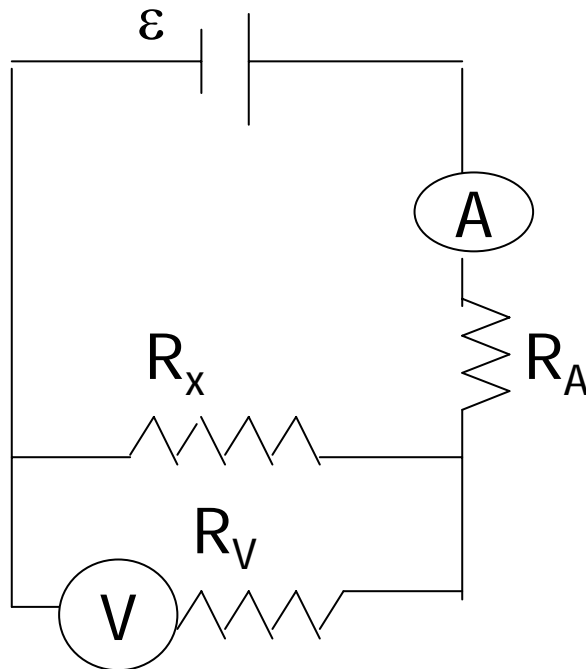
Tuttavia la precisione ottenibile non raggiunge quella del metodo voltamperometrico ed il valore misurato si ottiene per un unico valore di V (analogico) o di I (digitale) non verificando così la linearità della relazione V-I (conduttore ohmico o non)

Esperienza n. 4 Misura di correnti e d.d.p. con multimetro analogico e digitale. Determinazione della curva caratteristica V-I di un conduttore e misura resistenza con metodo voltamperometrico

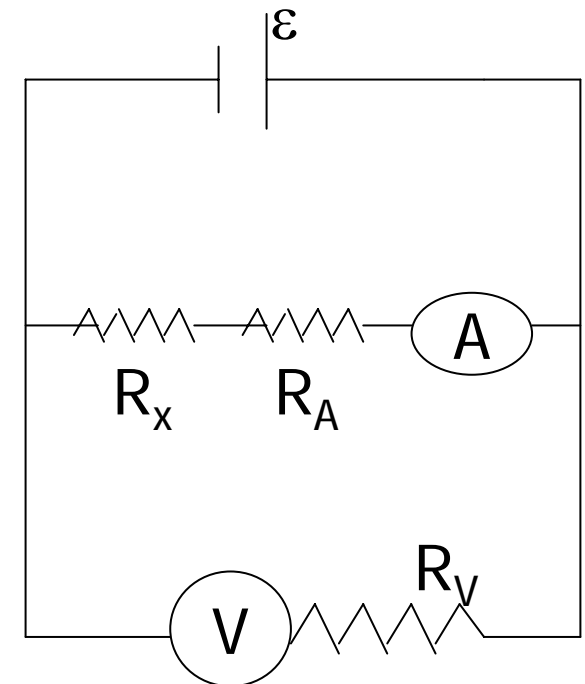
Si eseguono le misure per le 2 resistenze in entrambe le configurazioni variando la tensione di alimentazione (valori positivi e negativi):

1) Metodo A: migliore se $R_x \ll R_V$ 2) Metodo B: migliore se $R_x \gg R_A$

Metodo A













Metodo B



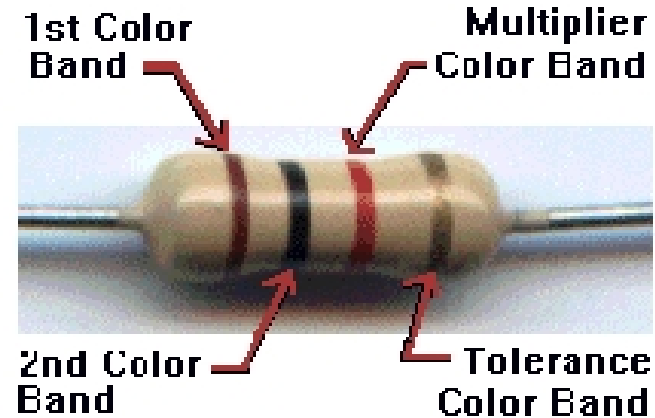
Esperienza n. 4 Misura di correnti e d.d.p. con multimetro analogico e digitale. Determinazione della curva caratteristica V-I di un conduttore e misura resistenza con metodo voltamperometrico

Codici di resistenze

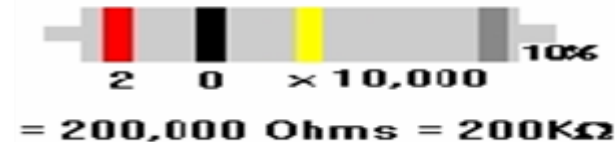
Resistor Color Code Chart

1st. & 2nd Color Band	Digit it Represents	-----Multiplier-----
 BLACK	0	X1
 BROWN	1	X10
 RED	2	X100
 ORANGE	3	X1,000 or 1K
 YELLOW	4	X10,000 or 10K
 GREEN	5	X100,000 or 100K
 BLUE	6	X1,000,000 or 1M
 VIOLET	7	Silver is divide by 100
 GRAY	8	Gold is divide by 10
 WHITE	9	Tolerances Gold= 5% Silver=10% None=20%

Common Resistor



Example:



Banda 1: rosso = 2

Banda 2 = nero = 0

Banda 3 fattore moltiplicativo = giallo = 10^4

$R = 20 \cdot 10000 = 200 \text{ k}\Omega \pm 10\%$

Esperienza n. 4 Misura di correnti e d.d.p. con multimetro analogico e digitale. Determinazione della curva caratteristica V-I di un conduttore e misura resistenza con metodo voltamperometrico

1) **Metodo A:** migliore se $R_x \ll R_V = 10 \text{ M}\Omega$

$$R_{\text{mis}} = V_V / i_A$$

$$i_A = i_x + i_V$$

$$V_x = V_V$$



$$\frac{1}{R_{\text{mis}}} = \frac{i_A}{V_V} = \frac{i_V + i_x}{V_V} = \frac{i_V}{V_V} + \frac{i_x}{V_x} = \frac{1}{R_V} + \frac{1}{R_x}$$

$R_{\text{mis}} \approx R_x$ se $R_V \gg R_x$

Errore sistematico su R_x : $\varepsilon_x^{\text{sis}} = \sigma_x^{\text{sis}} / R_x = (R_x - R_{\text{mis}}) / R_x = -R_V / (R_x + R_V)$ (indipendente da grandezze misurate)

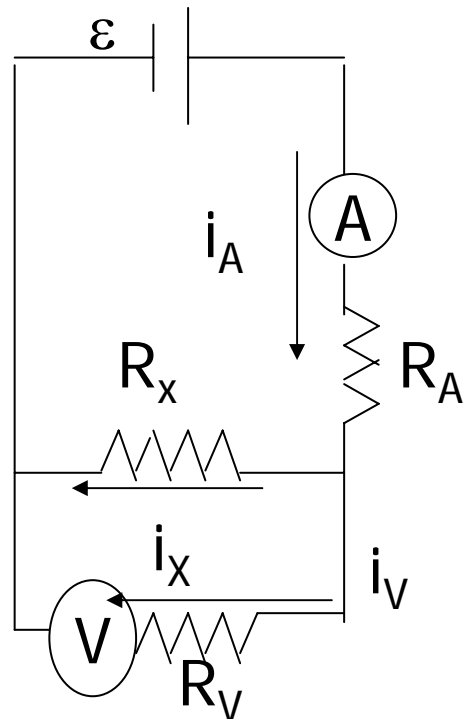
E' evidente che:

$$R_x = R_V / (R_V - R_{\text{mis}}) * R_{\text{mis}}$$

E, se ipotizziamo R_V nota con errore trascurabile,

$$\sigma(R_x) = \frac{\partial R_x}{\partial R_{\text{mis}}} \sigma(R_{\text{mis}})$$

$$\sigma(R_{\text{mis}}) = \sqrt{\left(\frac{\partial R_{\text{mis}}}{\partial i_A}\right)^2 \sigma^2(i_A) + \left(\frac{\partial R_{\text{mis}}}{\partial V_V}\right)^2 \sigma^2(V_V)}$$



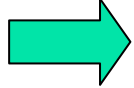
Esperienza n. 4 Misura di correnti e d.d.p. con multimetro analogico e digitale. Determinazione della curva caratteristica V-I di un conduttore e misura resistenza con metodo voltamperometrico

2) Metodo B: migliore se $R_X \gg R_A$

$$R_{mis} = V_V / I_A \quad \longrightarrow \quad R_{mis} = \frac{V_V}{I_A} = \frac{V_X + V_A}{I_X} = \frac{V_X}{I_X} + \frac{V_A}{I_A} = R_X + R_A$$

$$V_V = V_X + V_A$$

$$I_X = I_A$$



$R_{mis} \approx R_X$ se $R_X \gg R_A$

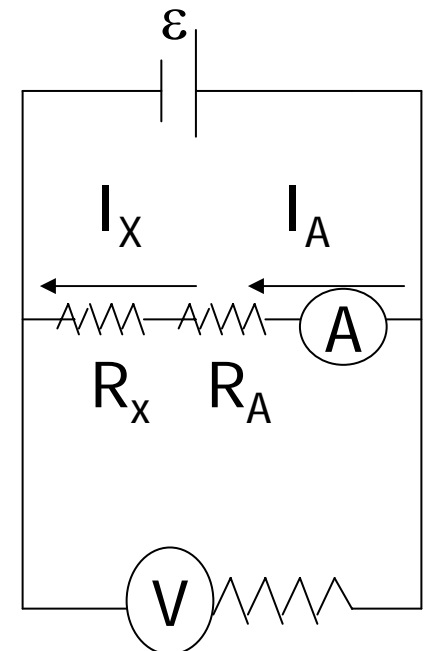
l'errore sistematico relativo su R_X è $\varepsilon_X^{sis} = (R_X - R_{mis}) / R_X = R_A / R_X$

$$R_X = R_{mis} - R_A \quad \sigma(R_X) = \sqrt{\sigma(R_{mis})^2 + \sigma(R_A)^2}$$

Si può fare la media pesata dei risultati per i 2 metodi:

$$R_X = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{R_i}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2}}$$

$$\sigma(R_X) = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2}}}$$



Esperienza n. 4 Misura di correnti e d.d.p. con multimetro analogico e digitale. Determinazione della curva caratteristica V-I di un conduttore e misura resistenza con metodo voltamperometrico

Tabella dati per **Metodo A e Metodo B** per $R_1 = 100 \Omega \pm 5\%$
e per $R_2 = 2.2 \text{ M}\Omega \pm 10\%$

V_V (V)	f.S. (V)	σ_V (V)	I_A (mA)	f.S. (mA)	σ_{I_A} (mA)	R_{mis} (Ω)	$\sigma_{R_{\text{mis}}}$ (Ω)	R_x (Ω)	σ_{R_x} (Ω)
			(μA)			($\text{M}\Omega$)			

La resistenza misurata e quindi R_x si possono ottenere dalla media pesata delle misure di R_{mis} e dei valori di R_x che tengono conto dell'errore sistematico

Inoltre per verificare la linearità della relazione V-I e ricavare il valore di R si effettua il fit lineare del grafico per ciascuna delle misure

$$y = Ax + B \text{ con } R = 1/A, B \sim 0 \text{ e } \sigma(R) = |-\sigma(A) / A^2|$$

Discutendo gli errori sistematici della misura si confronti l'adeguatezza dei 2 metodi in relazione al valore della resistenza in esame

Esperienza n. 4 Misura di correnti e d.d.p. con multimetro analogico e digitale. Determinazione della curva caratteristica V-I di un conduttore e misura resistenza con metodo voltamperometrico

Metodo A per $R_1 = 100 \pm 5 \Omega$

Fit: $R_{mis} = 1/p_2 * 10^3 = 104.2 \pm 1.0 \Omega$

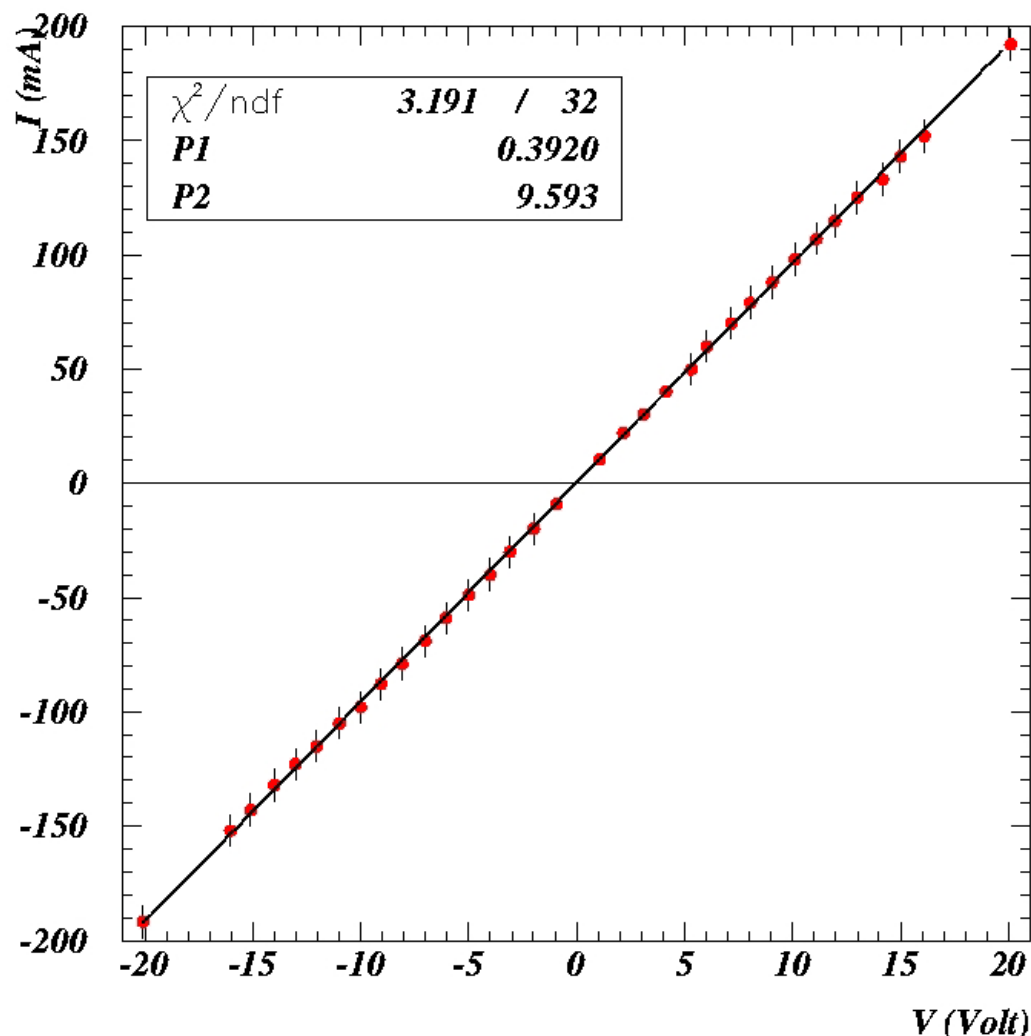
$R_x = R_V / (R_V - R_{mis}) * R_{mis} = 104.2 \pm 1.0 \Omega$

$$\sigma_{R_x} = \sqrt{\left(\frac{\partial R_x}{\partial R_{mis}}\right)^2} \sigma_{R_{mis}}$$

Media pesata: $R_x = 103.6 \pm 0.9 \Omega$

La correzione è di $R_V / (R_V - R_{mis}) \sim 10^{-5}$!
Perché il voltmetro digitale ha
10M Ω in ingresso

Metodo A) $R = 100 \Omega$



Esperienza n. 4 Misura di correnti e d.d.p. con multimetro analogico e digitale. Determinazione della curva caratteristica V-I di un conduttore e misura resistenza con metodo voltamperometrico

Metodo B per $R_1 = 100 \pm 5 \Omega$

Fit: $R_{\text{mis}} = 1/p_2 * 10^3 = 112.5 \pm 1.1 \Omega$

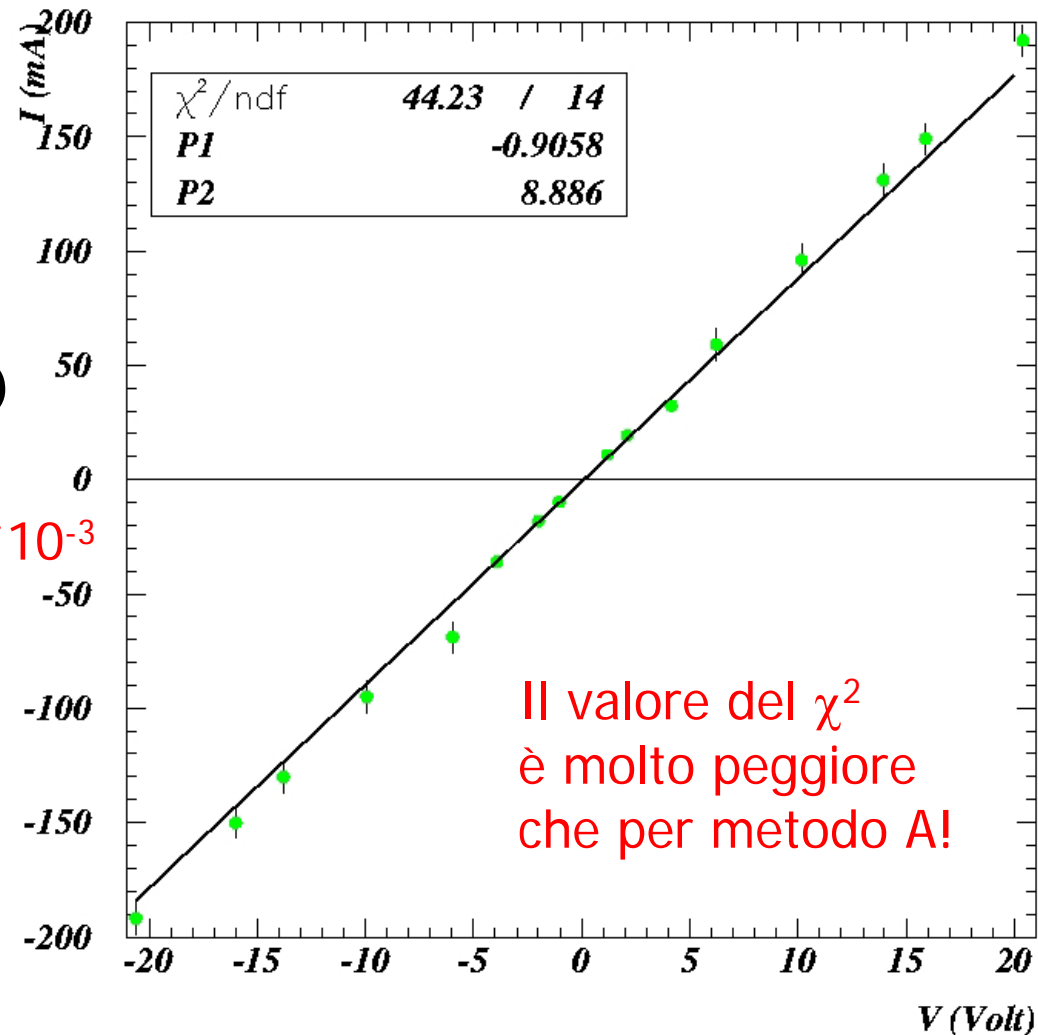
Media pesata: $R_X = 106.7 \pm 1.1 \Omega$

$$R_X = R_{\text{mis}} - R_A \quad \sigma(R_X) = \sigma(R_{\text{mis}})$$

L'errore sist. relativo è $R_A/R_{\text{mis}} \sim 6 * 10^{-2} - 6 * 10^{-3}$
perché l'amperometro analogico
ha resistenza di ingresso
0.64 Ω per 500 mA e 6.4 per 50 mA

Il metodo A è più adeguato alla misura
di R_1

Metodo B) $R = 100 \Omega$



Esperienza n. 4 Misura di correnti e d.d.p. con multimetro analogico e digitale. Determinazione della curva caratteristica V-I di un conduttore e misura resistenza con metodo voltamperometrico

Metodo A per $R_2 = 2.2 \pm 0.2 \text{ M}\Omega$

Media pesata: $R_X = 2.27 \pm 0.68 \text{ M}\Omega$

Fit: $R_{\text{mis}} = 1/p_2 * 10^6 = 1.85 \pm 0.46 \text{ M}\Omega$

$R_X = R_V / (R_V - R_{\text{mis}}) * R_{\text{mis}} = 2.27 \pm 0.69 \text{ M}\Omega$

L'errore sist. è 20%! perché il voltmetro digitale ha $10 \text{ M}\Omega$ in ingresso $\sim R_2$

Metodo B per $R_2 = 2.2 \pm 0.2 \text{ M}\Omega$

Media pesata: $R_X = 2.23 \pm 0.81 \text{ M}\Omega$

Fit: $R_{\text{mis}} = 1/p_2 * 10^6 = 2.25 \pm 0.81 \text{ M}\Omega$

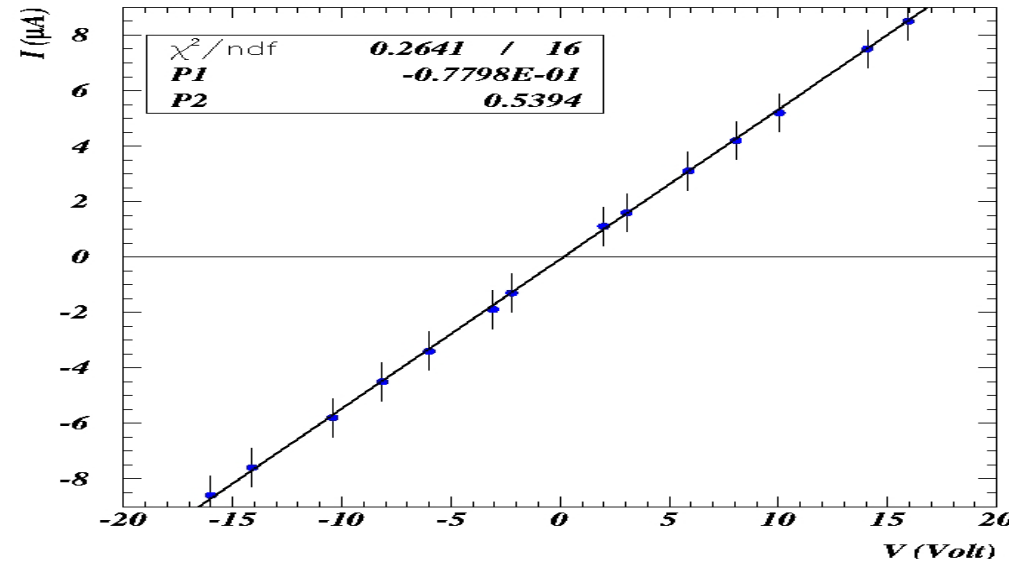
$R_X = R_{\text{mis}} - R_A = 2.245 \pm 0.81 \text{ M}\Omega$

L'amperometro ha $R_A = 2000 \Omega$ per $50 \mu\text{A}$

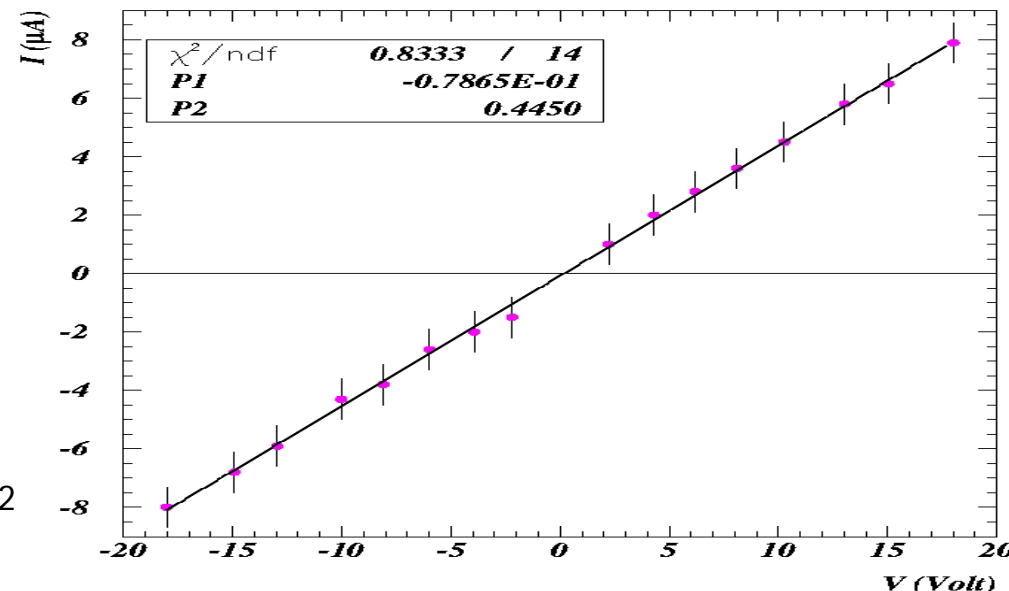
\Rightarrow l'errore sist. relativo è $\sim 10^{-3}$

Il metodo B è più adeguato alla misura di R_2

Metodo A) $R = 2.2 \text{ M}\Omega$



Metodo B) $R = 2.2 \text{ M}\Omega$



Esperienza n. 4 Misura di correnti e d.d.p. con multimetro analogico e digitale. Determinazione della curva caratteristica V-I di un conduttore e misura resistenza con metodo voltamperometrico


Metodo A) Lampadina

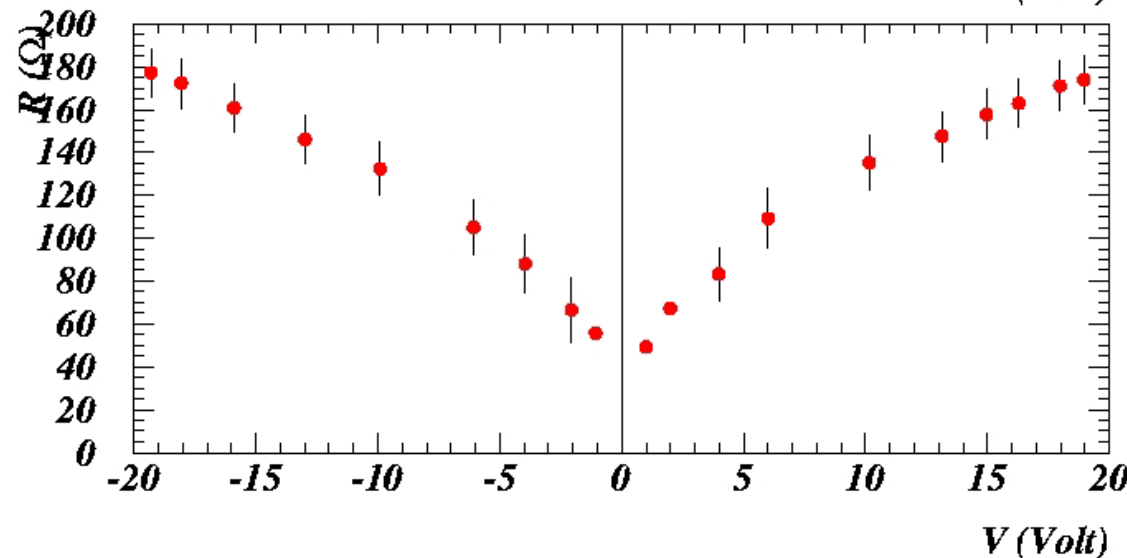
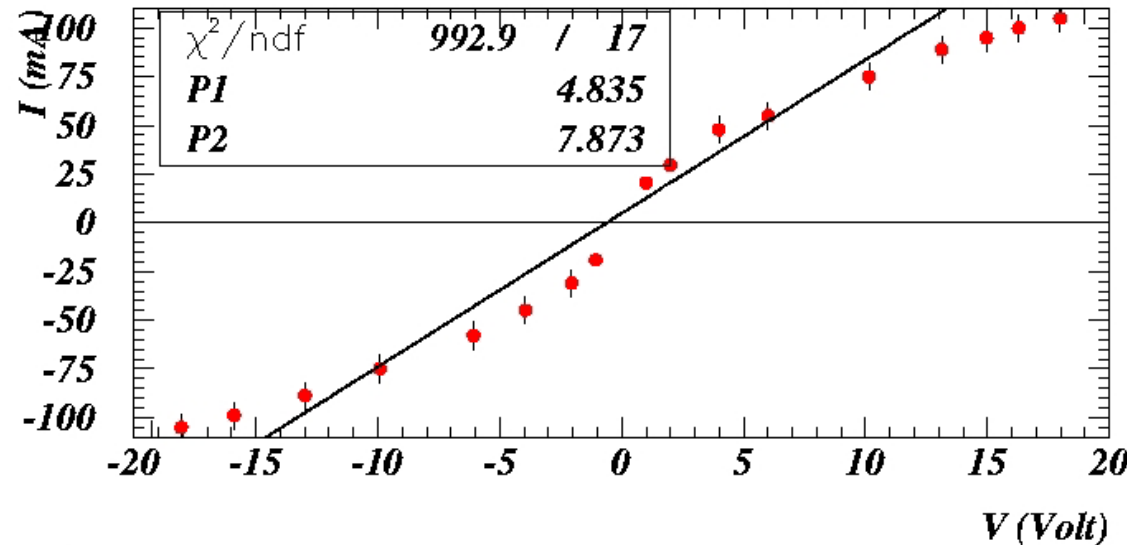
Per la lampadina $R \ll R_v$ quindi si applichi il metodo A

R_{mis} non costante! \Rightarrow conduttore di fatto non-ohmico, ma solo perché T non è cost

$$R = R_0 (1 + \alpha \Delta T)$$

R aumenta all'aumentare di $|V|$ e quindi di T

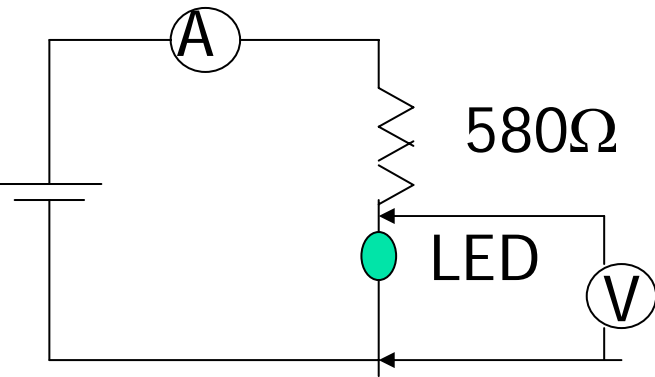
 $\alpha > 0$



Esperienza n. 4 Misura di correnti e d.d.p. con multimetro analogico e digitale. Determinazione della curva caratteristica V-I di un conduttore e misura resistenza con metodo voltamperometrico

Attenzione: la tacca sul diodo indica il catodo
indica il catodo

LED con resistenza di protezione per non bruciarlo
Si vede che non è un conduttore ohmico



Crescita esponenziale della corrente per $V > 0$ (se si potessero applicare tensioni elevate sarebbe chiaro che I diventa costante) mentre per $V < 0 \Rightarrow I \sim 0$

Metodo A) Diodo

