

## Esperienza n. 6 Carica e scarica di un condensatore. Misura della capacità di un condensatore

Il **metodo dell'elettrometro** può essere utilizzato per misure di resistenze o in alternativa di capacità (a seconda che si usi R nota o C nota).

In particolare l'utilizzo dell'elettrometro consente di misurare valori di resistenze molto elevati ( $> 10^3 \text{ M}\Omega$ ). Nel caso di resistenze così elevate l'uso dell'elettrometro (in luogo del voltmetro) è inevitabile affinché il condensatore non si scarichi attraverso lo strumento di misura anziché attraverso la resistenza.

Nell'esperienza applicheremo lo stesso ' principio ' di misura, ma non potendo utilizzare elettrometri, utilizzeremo il voltmetro e quindi resistenze nel circuito molto minori di  $R_v = 10 \text{ M}\Omega$  in ingresso al tester.

Considereremo valori noti di resistenze al fine di **misurare la capacità di un condensatore**

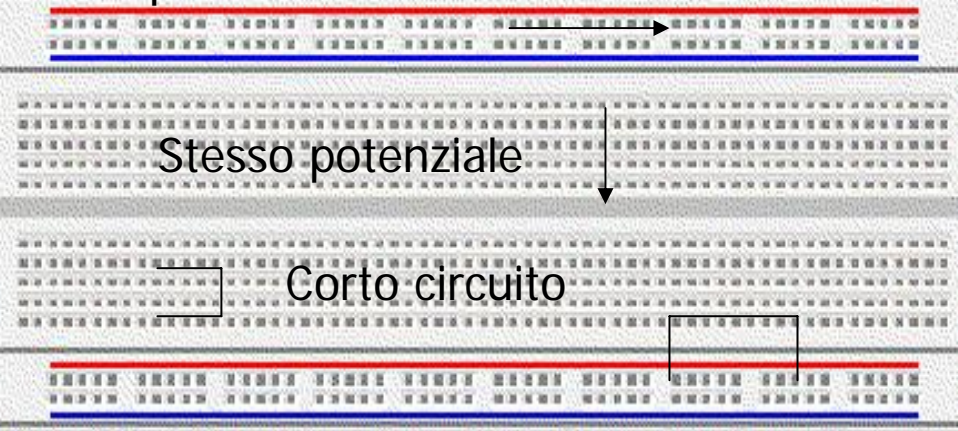
Misureremo la capacità studiando le **fasi transitorie di carica e scarica del condensatore** e misurando **la costante di tempo** che caratterizza questi processi. Applicheremo inoltre il **metodo del confronto** utilizzando un condensatore di **capacità nota** e misurando gli **intervalli di tempo impiegati dal condensatore incognito e da quello di capacità nota per scaricarsi da un valore di tensione iniziale ad uno finale prefissati.**

# Esperienza n. 6 Carica e scarica di un condensatore. Misura della capacità di un condensatore

## Strumentazione

- Generatore di fem in continua
- Bread board
- Resistenza da  $68 \text{ K}\Omega \pm 1\%$
- condensatori elettrolitici (attenzione al verso in cui li montate nel circuito): il condensatore di cui si deve misurare la capacità ha valore nominale  $C_x = 2.2 \text{ mF} \pm 20\%$  e l'altro da usare per il metodo del confronto vale  $C' = 1 \text{ mF} \pm 20\%$
- cronometro digitale con precisione 1/100 s
- commutatore: interruttore con 3 posizioni possibili per inserire (A), disinserire il generatore (B) nel circuito. Nella posizione 0 il circuito è aperto
- multimetro digitale

Stesso potenziale



La bread board contiene molte strisce metalliche nel supporto di plastica che connettono i buchi (sockets) in cui possono essere inseriti i componenti. Le connessioni tra 2 componenti si ottengono connettendo i 2 piedini alla stessa striscia metallica (stessa riga o colonna di buchi nella matrice). 2 strisce (in genere quella superiore ed inferiore) si possono connettere all'alimentatore

## Esperienza n. 6 Carica e scarica di un condensatore. Misura della capacità di un condensatore

Il circuito rappresentato può funzionare in 2 modalità:

1) quando il deviatore è in posizione A il condensatore viene caricato dal generatore

L'equazione del circuito è

$$\varepsilon = V_R + V_C = R i + q/C \quad \text{con } i = dq/dt \Rightarrow dq/(q-C\varepsilon) = -dt/RC \Rightarrow$$

$$\int_0^q \frac{dq}{q - c\varepsilon} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt \Rightarrow \ln [(q-C\varepsilon)/(-C\varepsilon)] = -t/RC \Rightarrow q(t) = C\varepsilon (1-e^{-t/RC})$$

La tensione che si misura ai capi del condensatore al variare del tempo è  $V_C = q(t)/C = \varepsilon (1-e^{-t/RC})$  dove  $\tau = RC$  è la costante di tempo del circuito (in teoria si dovrebbe attendere un tempo infinito poiché per  $t \rightarrow \infty$   $q = C\varepsilon$ , ma dopo circa  $5\tau$  il condensatore è quasi del tutto carico,)

In fase di carica conviene misurare la tensione ai capi del condensatore e poi

calcolare quella ai capi della resistenza

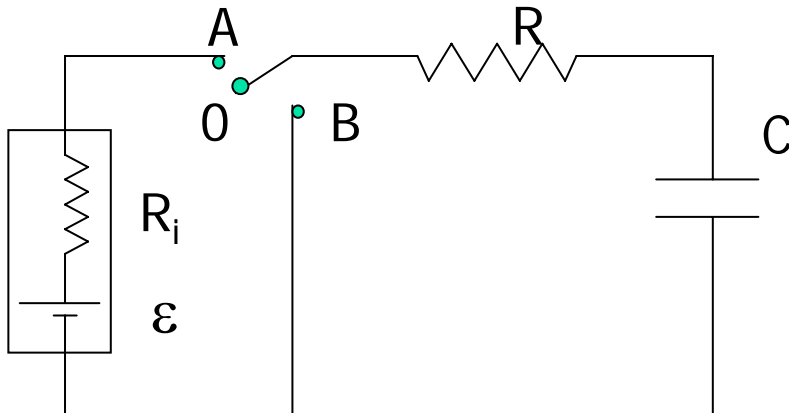
$V_R = R i = \varepsilon e^{-t/RC}$  infatti è possibile

cambiando variabili linearizzare

la curva rappresentando in scala

semilogaritmica  $(t, V_R)$ , infatti

$$\ln V_R = \ln \varepsilon - (t/\tau)$$



## Esperienza n. 6 Carica e scarica di un condensatore. Misura della capacità di un condensatore

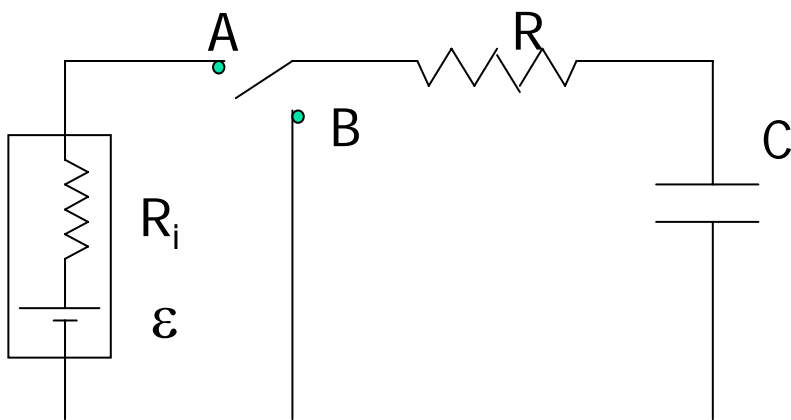
2) quando il deviatore è in posizione B il generatore viene escluso e il condensatore si scarica attraverso la stessa resistenza: l'energia elettrostatica immagazzinata nel condensatore si dissipa attraverso la resistenza

L'equazione del circuito è  
 $R i = q/C$  con  $i = -dq/dt \Rightarrow dq/q = -dt/RC \Rightarrow \int_{q_0}^q \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt$  con

$$q_0 = C\varepsilon \Rightarrow \ln [q/(C\varepsilon)] = -t/RC \Rightarrow q(t) = C\varepsilon e^{-t/RC}$$

La tensione che si misura ai capi del condensatore al variare del tempo è  
 $V_C = q(t)/C = \varepsilon e^{-t/RC}$  (dopo circa  $3\tau$  il condensatore è quasi del tutto scarico, sebbene in teoria per  $t \rightarrow \infty$   $q \rightarrow 0$ )

In fase di scarica conviene misurare la tensione ai capi del condensatore

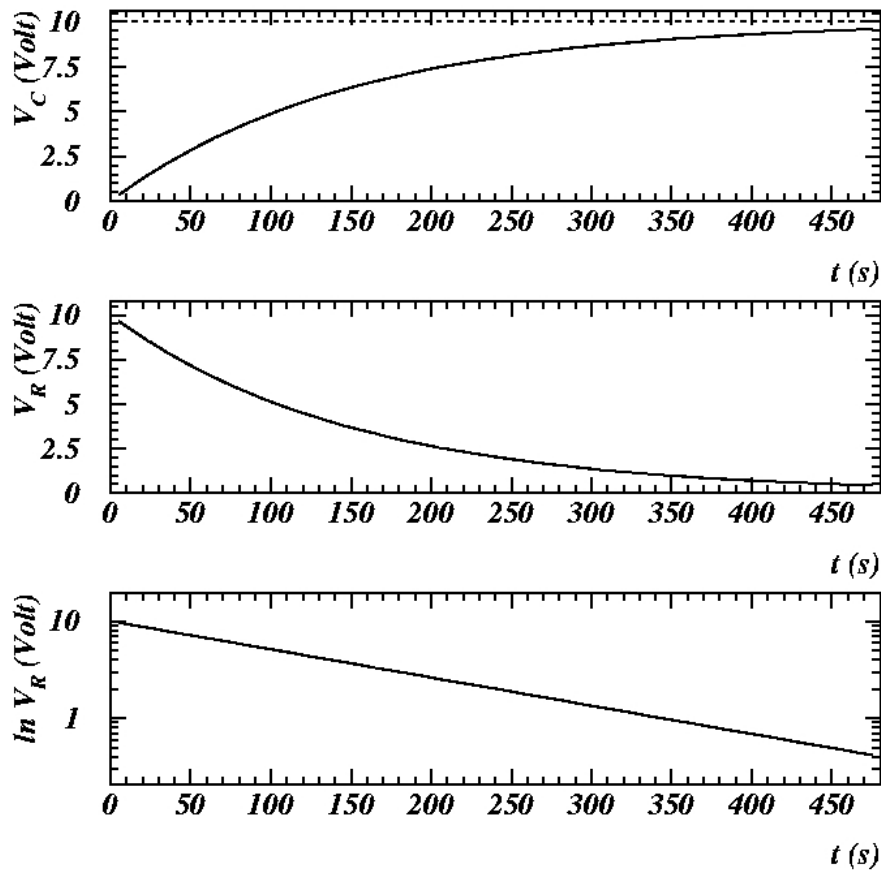


$V_C = q(t)/C = \varepsilon e^{-t/RC}$  infatti è possibile cambiando variabili **linearizzare** la curva rappresentando in scala semilogaritmica  $(t, V_C)$ , infatti  
 $\ln V_C = \ln \varepsilon - (t/\tau)$

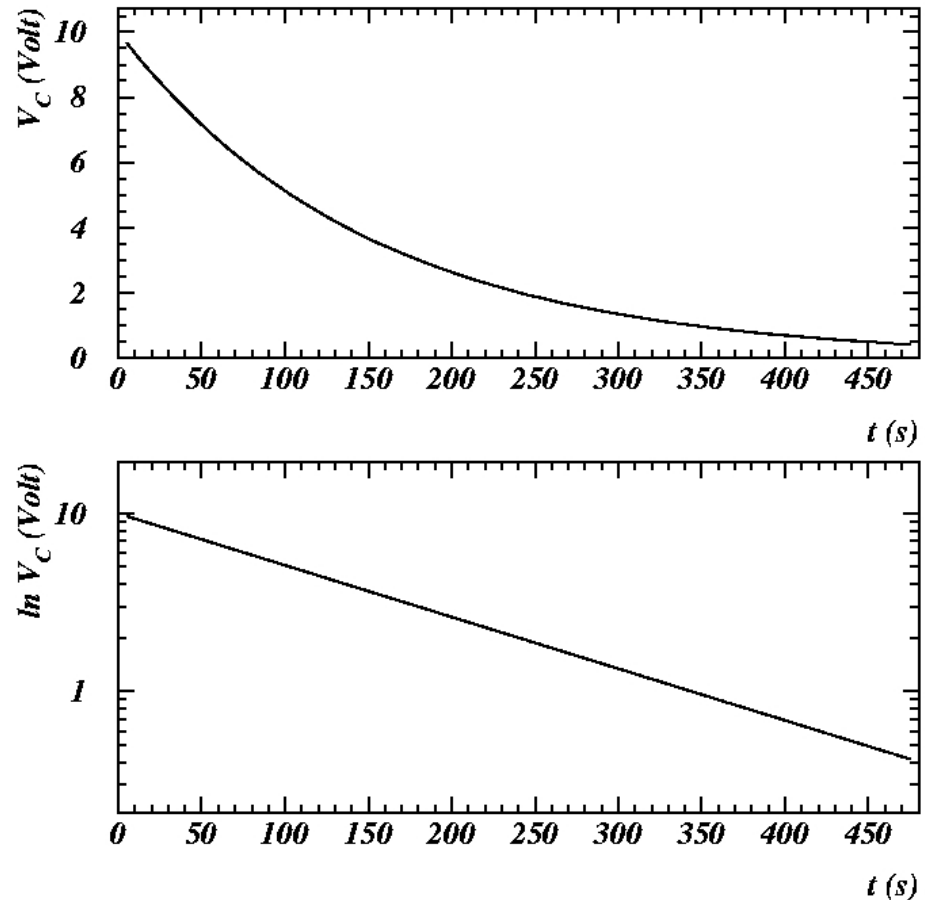
# Esperienza n. 6 Carica e scarica di un condensatore. Misura della capacità di un condensatore

Carica e scarica di un condensatore e linearizzazione in scala semilogaritmica  
Rappresentazione delle dipendenze funzionali

*Carica del condensatore*



*Scarica del condensatore*



## Esperienza n. 6 Carica e scarica di un condensatore. Misura della capacità di un condensatore

Il **metodo del confronto** consente di misurare  $C_x$  facendolo scaricare attraverso la resistenza  $R$  e confrontando questo processo con quello di scarica di un condensatore noto  $C'$ . Nel processo di scarica di  $C_x$  tra valori di tensione  $V_1$  e  $V_2$ :

$$\begin{aligned} V_1 &= V_{C_x}(t_1) = V_0 e^{-t_1/\tau} \\ V_2 &= V_{C_x}(t_2) = V_0 e^{-t_2/\tau} \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \frac{V_1}{V_2} = e^{\Delta t_x / \tau_x} \quad \text{dove } \Delta t_x = t_2 - t_1 \text{ è l'intervallo di tempo in cui la tensione ai capi di } C_x \text{ passi da } V_1 \text{ a } V_2$$

Facendo i logaritmi:

$$\ln(V_1/V_2) = \Delta t_x / (RC_x) \Rightarrow C_x = \Delta t_x / [R \ln(V_1/V_2)]$$

E analogamente per il condensatore  $C'$ :

$$C' = \Delta t' / [R \ln(V'_1/V'_2)].$$

Si deve fare in modo che i valori di tensione tra cui si lascia scaricare i 2 condensatori siano gli stessi (es.  $V_1, V'_1 = 10$  V e  $V_2, V'_2 = 2$  V), ma purtroppo ciò è possibile entro gli errori di misura. Assumendo che  $V_1/V_2 = V'_1/V'_2$ , poichè  **$C'$  è noto, misurando gli intervalli temporali**

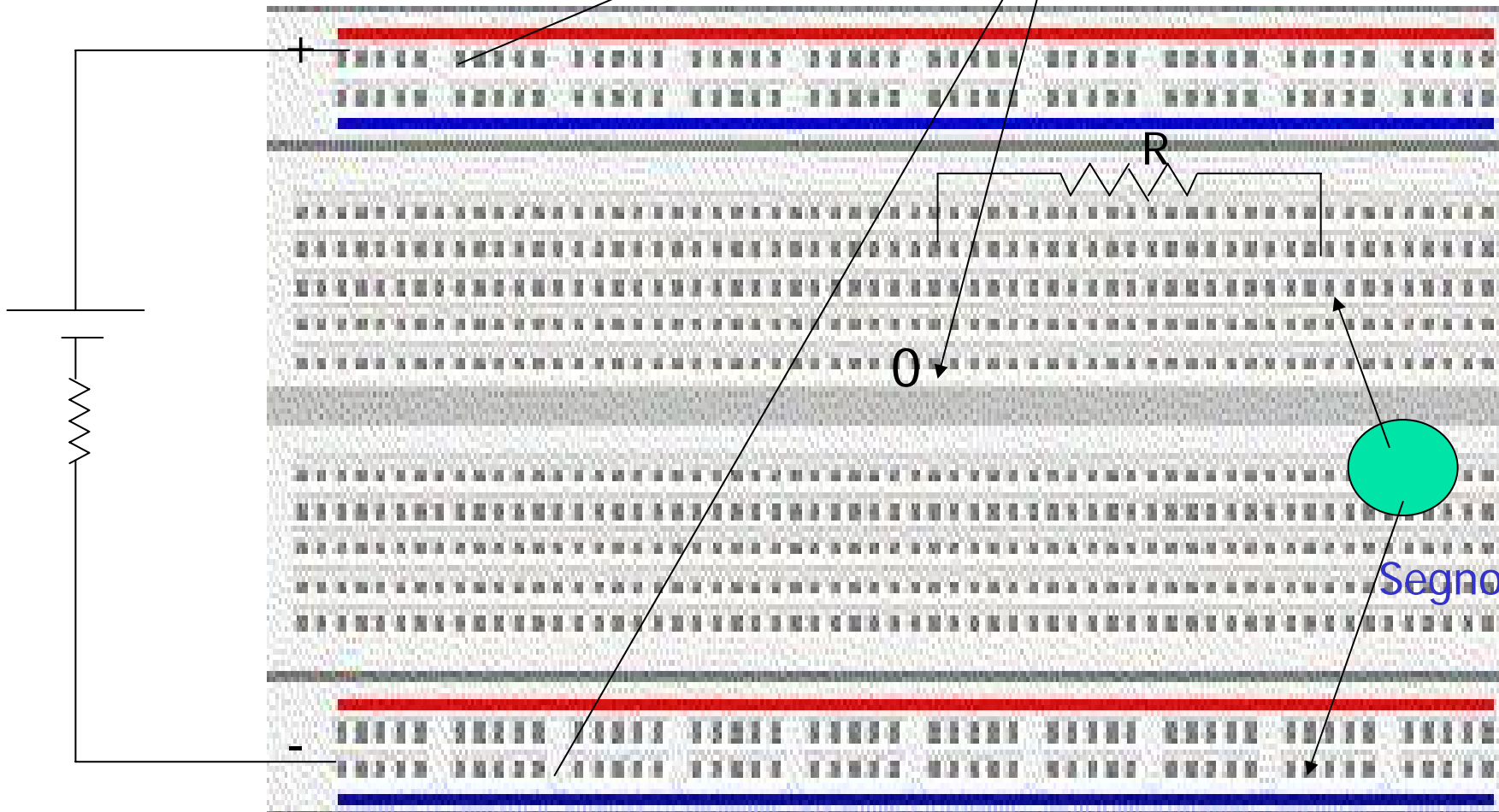
$$C_x = \Delta t_x / \Delta t' * C' \quad (\text{si noti che l'errore dominante è quello su } C')$$

# Esperienza n. 6 Carica e scarica di un condensatore. Misura della capacità di un condensatore

Carica e scarica del condensatore in pratica

0=aperto  
A=carica  
B=scarica

$\mathcal{E}$



## Esperienza n. 6 Carica e scarica di un condensatore. Misura della capacità di un condensatore

### Carica e scarica del condensatore in pratica:

dopo aver montato il circuito sulla bread board si regola il commutatore in modo che il generatore, che fornisce la tensione  $\varepsilon = 10 \text{ V}$

(verificarne il valore col tester), sia connesso al circuito (posizione A)

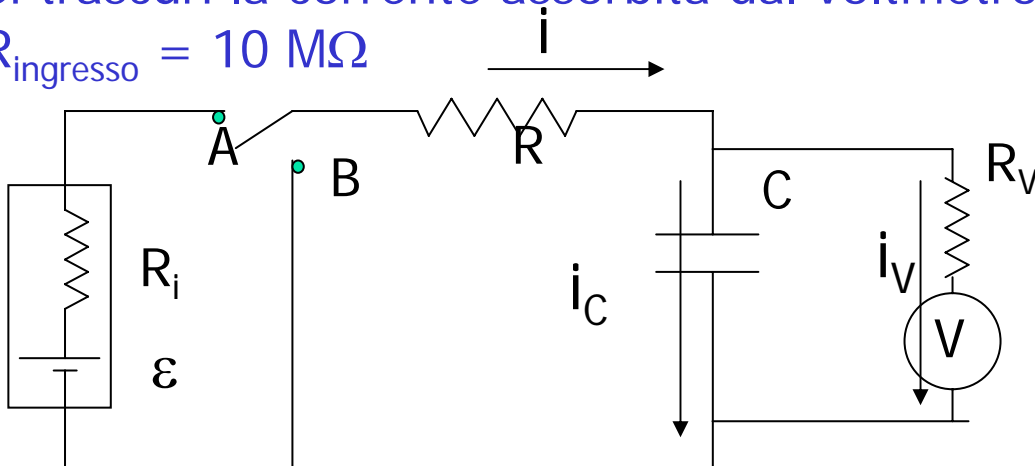
Si misura  $V_C$  ai capi del condensatore per 8 min ad intervalli regolari di 10 s utilizzando il cronometro e si calcola  $V_R = \varepsilon - V_C$

Successivamente si sposta il deviatore in posizione B (isolando il generatore) per misurare  $V_C$  per **8 min ad intervalli regolari di 10 s durante la scarica di  $C_x$** .

Per studiare la scarica si deve misurare il tempo a partire da  $\varepsilon = 10 \text{ V}$  (prima di commutare su B, si aumenta l'alimentazione  $\varepsilon$  a valori  $> 10 \text{ V}$  quando il deviatore è in posizione A. Si commuta su B e si comincia la misura col cronometro quando  $V_C = 10 \text{ V}$ )

Si trascuri la corrente assorbita dal voltmetro grazie alla sua elevata

$R_{\text{ingresso}} = 10 \text{ M}\Omega$



Se  $R_V \gg R \Rightarrow i \sim i_C$

poiché  $i_V$  è trascurabile



## Esperienza n. 6 Carica e scarica di un condensatore. Misura della capacità di un condensatore

	Carica			Scarica	
t (s)	$V_C$ (Volt)	$V_R = \varepsilon - V_C$ (Volt)	$\ln V_R$	$V_C$ (Volt)	$\ln V_C$

Dalla misura di  $\tau = RC_X$  si calcola (nota R) il valore di  $C_X$

### Metodo del confronto in pratica:

Si misura l'intervallo di tempo in cui la tensione ai capi di  $C_X$  e di  $C'$  decresce da 10 V a 2 V

Nelle misure di tempo conviene considerare come errore non solo la precisione del cronometro ma anche il tempo di reazione dello sperimentatore (es. 0.5 s)

Si faccia la media pesata dei 3 risultati

$$C_X = \frac{\sum_{i=1}^3 \frac{C_X^i}{\Delta C_X^{i^2}}}{\sum_{i=1}^3 \frac{1}{\Delta C_X^{i^2}}} \pm \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^3 \frac{1}{\Delta C_X^{i^2}}}}$$

# Esperienza n. 6 Carica e scarica di un condensatore. Misura della capacità di un condensatore

## Esempio: scarica del condensatore

Dal fit lineare:

$y = Ax + B$  con  $A = \log \varepsilon$  e  $B = -1/\tau$

e  $\sigma(\varepsilon) = \varepsilon \sigma(A)$  e  $\sigma(\tau) = \sigma(B)/B^2$

$\varepsilon = e^A = e^{(2.302 \pm 0.66 \cdot e^{-3})} = 9.99 \pm 0.006 \text{ V}$

$B = -1/\tau = -0.573 \cdot 10^{-2} \pm 0.573 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1} \Rightarrow$

$\tau = 174.52 \pm 0.17 \text{ s} \Rightarrow C_x = 2566.5 \pm 25.7 \mu\text{F}$

(domina errore su R solo 1%!!)

Da confrontarsi con i valori nominali su

$\tau_{\text{exp}} = RC = 68 \cdot 10^3 \cdot 2200 \cdot 10^{-6} = 149.6 \pm 30 \text{ s}$

(domina l'incertezza su C di 20%)

e quindi  $C_{\text{exp}} = 2200 \pm 440 \mu\text{F}$

In conclusione:

mentre il metodo del confronto è limitato dalla tolleranza del condensatore noto, il metodo della carica e scarica è limitato dal tempo di risposta dello sperimentatore e dalla tolleranza della resistenza

Scarica del condensatore

