

## **Prova scritta di Fisica con Elementi di Matematica per ISF e Farmacia – 19 febbraio 2009**

Si consegna SOLO il foglio della bella copia (foglio con timbro).

Per gli studenti di ISF: la prova orale è fissata per domani 20/02/09 alle ore 9:30 presso il Dipartimento di Fisica (1° piano). I risultati della prova scritta saranno comunicati contestualmente.

Per gli studenti di Farmacia: la prova orale è fissata per il giorno 24/02/09 alle ore 9:30 presso il Dipartimento di Fisica (1° piano) e proseguirà il giorno 25/02/09 se necessario.

### **Problema 1**

Una pallina di massa incognita, lanciata alla velocità di 13 m/s, urta una molla di costante elastica  $k=180 \text{ Kg/sec}^2$  comprimendola. La deformazione della molla vale 6 cm quando la velocità della pallina si è ridotta a 5 m/s. Determinare la massa incognita.

### **Problema 2**

In una gara di salto in lungo partecipano due atleti: il primo raggiunge una velocità di 10 m/s, stacca 30 cm prima del limite (linea bianca), con un angolo di  $45^\circ$ . Il secondo raggiunge la velocità di 11 m/s e stacca al limite del nullo (sulla linea bianca) con un angolo di  $30^\circ$ . Determinare la misura del salto dei due concorrenti (dalla linea bianca). Determinare il lavoro compiuto dalla forza peso durante il salto nei due casi.

### **Problema 3**

Una sfera di cristallo di raggio  $R=5 \text{ cm}$  reca al suo interno una cavità sferica piena di acqua di raggio  $r=2.5 \text{ cm}$ . Determinare la densità del cristallo sapendo che, immersa la sfera in acqua, essa sprofonda con un'accelerazione di  $3 \text{ m/s}^2$ . Si trascurino gli attriti.

### **Problema 4**

Una macchina termica ideale lavora seguendo un ciclo di Carnot, prelevando calore da una sorgente calda alla temperatura  $T_c=650^\circ\text{C}$  e cedendo calore all'acqua di un fiume ( $T_f=10^\circ\text{C}$ ). La macchina sviluppa una potenza  $P=100\text{K Watt}$ . La sorgente calda è costituita da una caldaia che brucia nafta. Sapendo che la combustione di 1 Kg di nafta sviluppa una quantità di calore pari a 41.0M Joule, determinare quanti Kg di nafta vengono bruciati in un giorno.

### **Valutazioni**

**Problema 1: 7; Problema 2: 7; Problema 3: 8; Problema 4: 8**

Soluzione dei problemi:

1) Il problema si risolve facilmente applicando il teorema di conservazione dell'energia:  $E_i = 1/2 m v_i^2$  ( $v_i = 13 \text{ m/s}$ );  $E_f = 1/2 m v_f^2 + 1/2 K \Delta x^2$  ( $v_f = 5 \text{ m/s}$  e  $\Delta x = 6 \text{ cm}$ ). Ponendo  $E_i = E_f$  si risolve l'equazione e si ricava  $m$ .

2) La formula per la gittata vale  $G = v_0^2 / g * \sin(2\theta)$ . La lunghezza totale del salto per i due atleti vale, applicando la formula della gittata,  $G_1 = 10.20 \text{ m}$ ,  $G_2 = 10.69 \text{ m}$ . Il primo atleta salta prima della linea, ed il suo salto vale  $x_1 = G_1 - 0.30 = 9.90 \text{ m}$ , il secondo sulla linea  $x_2 = G_2 = 10.69 \text{ m}$

La forza peso compie lavoro nullo, per entrambi gli atleti. Infatti (forza conservativa):

$L = mgh_1 - mgh_2 = 0$  in quanto  $h_1 = h_2 = 0$  (l'atleta parte dal suolo e ritorna al suolo, sebbene più avanti)

L'altezza massima vale  $y_{\max} = g * v_{0y}^2 / 2$  dove  $v_{0y} = v_0 \sin\theta$ . Salta più in alto il primo concorrente.

3) Sul blocco (sfera) di cristallo agiscono due forze: la forza peso (del cristallo e dell'acqua in esso contenuto) diretta verso il basso e la forza di Archimede diretta verso l'alto. La prima vale

$P = (m_{\text{cristallo}} + m_{\text{acqua}})g$ , dove  $m_{\text{cristallo}} = d_{\text{crist}} * V_{\text{crist}} = d_{\text{crist}} * 4/3 * (R^3 - r^3)$  e  $m_{\text{acqua}} = d_{\text{acqua}} * 4/3 * r^3$  ( $d$  è la densità). La forza di Archimede vale  $F_A = d_{\text{acqua}} * 4/3 * R^3 * g$  (è il peso del liquido spostato).

La II legge della dinamica si scrive:  $P - F_A = m_{\text{tot}} a = (m_{\text{cristallo}} + m_{\text{acqua}}) a$  ( $a = 3 \text{ m/s}^2$ ). Da questa equazione si ricava l'incognita (cioè  $d_{\text{crist}}$ ).

4) Il rendimento di una macchina di Carnot vale  $\eta = 1 - T_C / T_F = 69.3\%$  (le temperature vanno espresse in  $^\circ\text{K}$  !!!!). La definizione più generale di rendimento di una macchina termica è  $\eta = L / Q_C \rightarrow Q_C = L / \eta$

Considerando 1 sec:  $L = P * 1 \text{ sec} = 100 \text{ KJ} \rightarrow Q_C = 100 \text{ KJ} / 0.693 = 144.5 \text{ KJ}$ .

In un giorno ( $24 * 3600 \text{ s}$ ):  $Q_C = 144.5 * 24 * 3600 \text{ KJ} = 12.5 * 10^9 \text{ J}$

La nafta richiesta è  $12.5 * 10^9 \text{ J} / 41 * 10^6 \text{ J/Kg} = 305 \text{ Kg}$

Soluzione della seconda traccia (analoga alla prima traccia, ma es.1 e 2 invertiti e con numeri diversi):

1) La formula per la gittata vale  $G=v_0^2/g \cdot \sin(2\theta)$ . La lunghezza totale del salto per i due atleti vale, applicando la formula della gittata,  $G_1=8.84$  m,  $G_2=12.35$  m. Il primo atleta salta prima della linea, ed il suo salto vale  $x_1=G_1-0.20=8.64$  m, il secondo sulla linea  $x_2=G_2=12.35$  m

La forza peso compie lavoro nullo, per entrambi gli atleti. Infatti (forza conservativa):

$L=mgh_1-mgh_2=0$  in quanto  $h_1=h_2=0$  (l'atleta parte dal suolo e ritorna al suolo, qualche metro più avanti)

L'altezza massima vale  $y_{\max}=g \cdot v_{0y}^2 / 2$  dove  $v_{0y}=v_0 \sin\theta$ . Salta più in alto il primo concorrente.

2) Si risolve con la conservazione dell'energia:  $E_i=1/2mv_i^2$  ( $v_i=10$  m/s);  $E_f=1/2mv_f^2+1/2K\Delta x^2$  ( $v_f=5$  m/s e  $\Delta x=5$  cm). Ponendo  $E_i=E_f$  si ricava m.

3) Sul blocco di cristallo agiscono due forze: la forza peso (del cristallo e dell'acqua in esso contenuto) diretta verso il basso e la forza di Archimede diretta verso l'alto. La prima vale  $P=(m_{\text{cristallo}}+m_{\text{acqua}})g$ , dove  $m_{\text{cristallo}}=d_{\text{crist}} \cdot V_{\text{crist}}=d_{\text{crist}} \cdot (L^3-l^3)$  e  $m_{\text{acqua}}=d_{\text{acqua}} \cdot l^3$  (d è la densità). La forza di Archimede vale  $F_A=d_{\text{acqua}} \cdot L^3 \cdot g$  (è il peso del liquido spostato).

La II legge della dinamica si scrive:  $P - F_A = m_{\text{tot}} a = (m_{\text{cristallo}} + m_{\text{acqua}}) a$  ( $a=3$  m/s<sup>2</sup>). Da questa equazione si ricava l'incognita (cioè  $d_{\text{crist}}$ ).

4) Il rendimento di una macchina di Carnot vale  $\eta=1 - T_C/T_F=71.2\%$  (le temperature vanno espresse in °K !!!). La definizione di rendimento di una macchina termica è  $\eta=L/Q_C \rightarrow Q_C=L/\eta$

Considerando 1 sec:  $L=P \cdot 1 \text{ sec}=110 \text{ KJ} \rightarrow Q_C=110 \text{ KJ}/0.712=154.5 \text{ KJ}$ .

In un giorno ( $24 \cdot 3600$  s):  $Q_C=154.5 \text{ KJ}=13.3 \cdot 10^9 \text{ J}$

La nafta richiesta è  $13.3 \cdot 10^9 \text{ J} / 44 \cdot 10^6 \text{ J/Kg} = 332 \text{ Kg}$